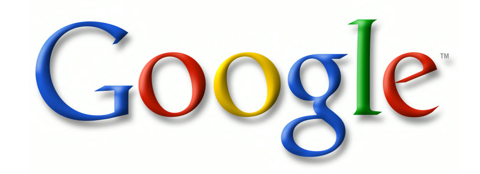



QC
297
K3
UC-NRLF
$B 24 539
YC 11257

SCHALLGESCHWINDIGKEIT UND VERHÄLTNIS DER SPEZIFISCHEN WÄRMEN DER LUFT BEI HOHER TEMPERATUR.

HABILITATIONSSCHRIFT

ZUR

ERLANGUNG DER VENIA LEGENDI

DER

NATURWISSENSCHAFTLICH-MATHEMATISCHEN FAKULTÄT

DER

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT ZU HEIDELBERG

VORGELEGT

VON

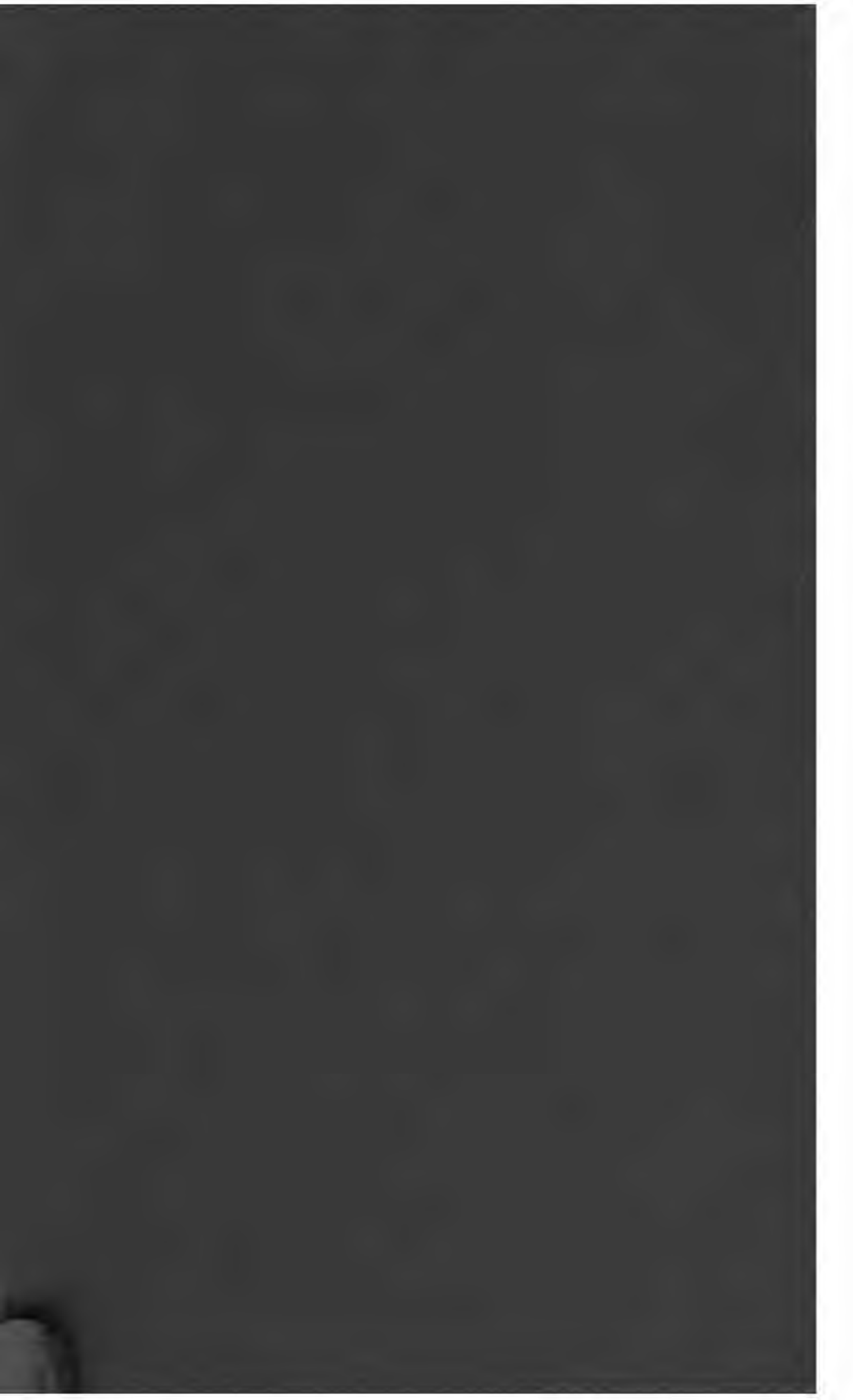
ALFRED KALÄHNE

DR. PHIL.

LEIPZIG,

JOHANN AMBROSIUS BARTH.

1902.



SCHALLGESCHWINDIGKEIT UND VERHÄLTNIS DER SPEZIFISCHEN WÄRMEN DER LUFT BEI HOHER TEMPERATUR.

HABILITATIONSSCHRIFT

ZUR

ERLANGUNG DER VENIA LEGENDI

DER

NATURWISSENSCHAFTLICH-MATHEMATISCHEN FAKULTÄT

DER

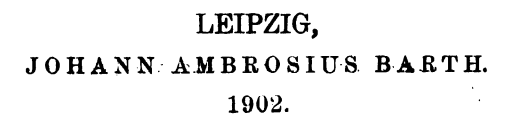
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT ZU HEIDELBERG

VORGELEGT

VON

ALFRED KALÄHNE

DR. PHIL.

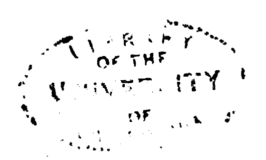


LEIPZIG,

JOHANN AMBROSIUS BARTH.

1902.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



Die sowohl praktisch als auch theoretisch wichtige Frage, wie sich das Verhältnis der spezifischen Wärmen eines Gases bei konstantem Druck und konstantem Volumen mit der Temperatur ändert, ist schon früher besonders von Kundt[1]) und Wüllner[2]) für einige Gase, darunter auch Luft, untersucht worden, jedoch nur bei verhältnismäßig niedriger Temperatur. Erst in neuester Zeit hat Herr Stevens[3]) auf Veranlassung von Quincke derartige Messungen mit Luft bis zu etwa 1000° ausgeführt, aus denen er auf eine beträchtliche Abnahme jenes Verhältnisses mit steigender Temperatur schließt. Nach seinen Messungen ist nämlich

$$\text{bei} \quad 0^{\circ} \quad k = 1{,}4006,$$
$$\text{,,} \quad 1000^{\circ} \quad k = 1{,}340,$$

wenn man wie üblich das Verhältnis der beiden Wärmen mit k bezeichnet.

Die von ihm benutzte Methode war die bekannte, in hoher Temperatur wohl allein brauchbare der Schallgeschwindigkeitsmessung, und zwar in einer von Quincke[4]) angegebenen und als akustisches Thermometer beschriebenen Form. Sie beruht darauf, daß in der Laplaceschen Formel für die Schallgeschwindigkeit V außer dem Druck p und der Dichte d des Gases auch das Verhältnis k vorkommt, das man also aus ihr berechnen kann, wenn man jene Größen kennt. Es ist nämlich

$$V = \sqrt{\frac{p\,k}{d}}. \tag{1}$$

---

1) A. Kundt, Pogg. Ann. 135. p. 553. 1868.

2) A. Wüllner, Wied. Ann. 4. p. 321. 1878.

3) E. H. Stevens, Inaug.-Diss. Heidelberg 1900; Ann. d. Phys. 7. p. 285. 1902; Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 54. 1901.

4) G. Quincke, Wied. Ann. 63. p. 66. 1897.

Indem man nach dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz p und d durch ihre Werte bei 0° ausdrückt, erhält man

(2) $$V = \sqrt{\frac{p_0 k (1 + \alpha t)}{d_0}},$$

worin α der thermische Ausdehnungskoeffizient des Gases (für Luft 0,00376) und t die Temperatur in Celsiusgraden ist. Unter der Voraussetzung, daß k konstant ist, stellt der Ausdruck

$$V_0 = \sqrt{\frac{p_0 k}{d_0}}$$

die Schallgeschwindigkeit bei 0° dar, und man kann schreiben

(3) $$V = V_0 \sqrt{1 + \alpha t}.$$

Die nach dieser Formel berechneten Werte von V waren nun alle größer als die beobachteten, was, wenn die Abweichungen nicht auf Beobachtungsfehlern beruhten, nur den Schluß zuließ, daß k mit steigender Temperatur abnimmt.

Daß derartige, im Sinne einer Verkleinerung der beobachteten V wirksamen Fehler in der Temperaturmessung vorhanden waren, erkannte ich bald nach Beendigung der Stevensschen Versuche bei einigen Messungen mit dem von ihm benutzten Thermoelement als wahrscheinlich. Zweifelhaft bleibt es, ob auch die akustischen Messungen trotz der großen auf sie verwandten Sorgfalt solche aufweisen. Auf jeden Fall ist aber bei Beurteilung der Resultate zu berücksichtigen, daß alle Fehler, welche bei der Bestimmung von V gemacht werden, mit dem doppelten Betrage in k eingehen, da dieses dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit proportional ist.

Das von Stevens angewandte akustische Thermometer von Quincke besteht aus einer langen geraden, an einem Ende mit ebenem Boden verschlossenen „*Interferenzröhre*“ und einem etwas längeren, dünnwandigen „*Hörrohr*“ von bedeutend kleinerem Durchmesser, das in jener ruht und längs einer Skala parallel mit sich verschoben werden kann. Von seinem äußeren Ende führt ein dickwandiger weicher Kautschukschlauch zum Ohr des Beobachters. Erzeugt man nun vor der Mündung der Interferenzröhre einen einfachen Ton durch Anschlagen einer Stimmgabel, so bilden sich im Innern durch Reflexion an dem ebenen Boden stehende Wellen aus, deren Länge mit

Hülfe des Hörrohres gemessen wird. Liegt nämlich das innere Ende desselben an einem Schwingungsbauch, d. h. einer Stelle größter Elongation der Luftteilchen, so ist der Ton, den man vernimmt, sehr schwach oder sogar unter günstigen Umständen unhörbar. In jeder anderen Lage ist der Ton stärker. Indem man nun auf zwei solcher Tonminima — oder auch, was aber weniger gut ist, auf die zwischenliegenden Maxima — durch Verschieben des Hörrohres einstellt, erhält man aus der Größe der Verschiebung direkt die halbe Wellenlänge des Tones, und somit, wenn dessen Schwingungszahl bekannt ist, die Schallgeschwindigkeit in der Röhre. In Bezug auf die technische Einrichtung des Apparates im einzelnen muß ich auf die Stevenssche Dissertation verweisen.

Damit man zwei Minimalstellen im Rohr hat, muß dasselbe, da am Boden ein Maximum liegt, jedenfalls länger sein als $^3/_4$ Wellenlängen. Da nun andererseits die Wellenlänge der Töne, welche man mit *langsam* abklingenden Stimmgabeln erzeugen kann, ziemlich groß ist, so müssen auch die Dimensionen des Interferenzrohres recht beträchtlich sein. Stevens hat Röhren von 150 cm Länge und einer Weite zwischen 2 und 4 cm benutzt. Diese Länge genügte aber bei höheren Temperaturen nur knapp, und dabei mußte schon eine Stimmgabel von 600 Schwingungen in der Sekunde genommen werden, die bereits verhältnismäßig rasch abklang. Schwerer wiegt jedoch der Umstand, daß es bei diesen Dimensionen große Schwierigkeiten macht, die nötige Rohrlänge auf ein und dieselbe Temperatur zu erhitzen und diese längere Zeit konstant zu halten. Auch die elektrische Heizung mittels einer um die Röhre gewickelten Nickeldrahtspirale ist schon recht unbequem und erfordert große Mittel. Verfügt man nicht über eine unabhängige Akkumulatorenbatterie von genügender Spannung und Kapazität, so ist es gar nicht möglich, die nötige Konstanz der Temperatur zu erreichen. Stevens sagt über die Temperaturverteilung längs des Rohres, sie sei nicht so gleichmäßig gewesen. wie man hätte wünschen können. Nähere Angaben über die Größe der örtlichen Schwankungen macht er leider nicht, die zeitlichen bespricht er gar nicht. Man kann daher auch nicht einmal vermutungsweise sagen, ob hieraus beträchtliche Fehler in den Resultaten entstehen konnten.

Dies bezieht sich übrigens nur auf die kurze Mitteilung in den *Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft*. Denn die in der Dissertation mitgeteilten Werte sind nicht mit elektrisch geheizten Öfen gewonnen worden, sondern die Interferenzröhre wurde in einem Kohlenofen erhitzt. Hier war es erst recht schwer, die Temperatur konstant zu halten; auch konnte nur ein so kurzes Stück erhitzt werden, daß lediglich die Viertelwellenlänge zu messen war, d. h. die Entfernung des ersten Minimums vom Boden der Röhre. Die Unsicherheit dieser Messung ist um so größer, als sich aus den Beobachtungen bei niederer Temperatur ergeben hatte, daß diese Entfernung größer ist als die halbe Entfernung der beiden ersten Minima voneinander, im übrigen auch größere Schwankungen zeigt als diese. Das Verhältnis der beiden Längen war bei 20° etwa 0,510, bei 500° 0,504, woraus der Schluß gezogen wurde, daß es sich mit steigender Temperatur dem Wert 0,500 als Grenzwert nähere, der für 1000° als erreicht angenommen wurde. Natürlich ist diese Annahme unsicher, schien aber durch die späteren Versuche mit elektrischer Heizung bestätigt zu werden, da hier die Messung der halben Wellenlänge zu denselben Resultaten führte.

Noch eine andere Fehlerquelle ist zu berücksichtigen, die auch Stevens anführt und die der Methode an sich anhaftet, während die bisher besprochenen nur in Nebenumständen zu suchen sind. Er sagt darüber im § 7 seiner Dissertation:

„Auch begegnete ich einer Schwierigkeit, die öfters auftrat und mir ziemlich viel Mühe machte, daß nämlich die Stellen des Tonminimums von der Lage des Kopfes des Beobachters abhingen und zwar in verschiedener Weise für verschiedene Minimalstellen, sodaß selbst auf die Differenz solcher Ablesungen eine Wirkung ausgeübt wurde, wenn auch in geringem Maße. Es ist mir nicht gelungen eine vollständige Erklärung dieser sonderbaren Wirkung aufzufinden, obwohl dieselbe manchmal überraschend stark war und sogar bei einem Minimum unter Umständen 10 mm betrug."

Die Erscheinung verschwindet fast ganz, wenn man den Kopf so hält, daß beide Ohren in einer Interferenzfläche der Stimmgabel liegen; sie scheint demnach, wie Stevens meint, auf der Interferenz der durch die Luft von der Stimmgabel

direkt zum Ohr gelangenden Wellen mit den aus dem Hörrohr kommenden zu beruhen und wird daher um so stärker zur Geltung kommen, je schwächer der aus dem Interferenzrohr kommende Ton ist, verglichen mit dem Ton der Stimmgabel. Die Verhältnisse gestalten sich also um so ungünstiger, je geringer die Dichte des Gases im Rohr gegen die der äußeren Luft ist, weil diese dann weniger leicht und stark in Mitschwingung versetzt wird. Letzteres trifft in der Tat zu; denn je heißer die Luft im Interferenzrohr ist, um so schwächer ist der Ton im Hörrohr, um so schwieriger die Einstellung auf das Minimum, wie ich mich selbst überzeugt habe.

Man muß annehmen, daß Hr. Stevens diese Fehlerquelle, welche die Methode leider etwas subjektiv erscheinen läßt, vollkommen berücksichtigt und unschädlich gemacht hat. Ob die Methode, von dieser Unsicherheit abgesehen, völlig einwandfrei ist, soll hier nicht weiter erörtert werden. Doch scheint nach den bisherigen Erfahrungen der akustische Teil der Stevensschen Messungen keinen Bedenken zu unterliegen. Anders ist es, wie schon gesagt, mit dem thermometrischen.

Zur Temperaturmessung wurde ein Le Chateliersches Thermoelement aus Platin und einer 10 proz. Platin-Rhodiumlegierung nach den Angaben von Holborn und Wien [1]) benutzt, zu welchem der 0,2 mm dicke Draht von Heräus in *Hanau* bezogen war. Die elektromotorische Kraft zwischen der erhitzten und den kalten, auf Zimmertemperatur befindlichen Lötstellen, welche die beiden Drähte mit Kupferdrähten verbanden, wurde nach dem bekannten Kompensationsverfahren von Poggendorff-Du Bois-Reymond durch Vergleich mit einem Normalclarkelement bestimmt. Hierbei war nur das Verhältnis zweier Widerstände zu messen, was leicht und sicher bis auf 1 pro mille auszuführen ist. Mit demselben Grade der Genauigkeit ist bei Einhaltung der nötigen Vorsichtsmaßregeln die elektromotorische Kraft des Clarkelementes bekannt, sodaß die elektrische Messung einwandfrei zu sein scheint. Die genaue Beschreibung des Verfahrens, das ich ebenfalls mit denselben Apparaten bei den gleich zu erwähnenden Kontroll-

---

1) L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. **47**. p. 128. 1892; **56**. p. 395. 1895.

messungen angewandt habe, findet sich in Stevens Dissertation. Aus der elektromotorischen Kraft wurde die Temperatur der heißen Lötstelle berechnet auf Grund einer Aichungstabelle der *Phys.-Techn. Reichsanstalt*, welche das Element nach seinem Gebrauch durch Vergleichung mit einem ihrer Normalthermoelemente aichte. Diese von der Reichsanstalt gelieferten Werte liegen allen von Stevens veröffentlichten Resultaten zu Grunde.

Leider war aber, wie ich bald erkannte, die Aichung mit großen Fehlern behaftet. Den ersten Hinweis darauf lieferten mir Beobachtungen [1]) der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes, welche ich bei der Temperatur des siedenden Schwefels machte. Die nach der Aichungstabelle berechnete Siedetemperatur war um etwa 12° höher als sie nach den Messungen von Harker und Chappuis [2]), sowie von Callendar [3]) und Griffiths [4]) sein sollte (444,5° bei 760 mm Quecksilberdruck). Durch Vergleichung des Stevensschen Elementes mit einem neuerdings auf Grund der Holborn-Dayschen [5]) Messungen von der Reichsanstalt geaichten fand ich diese Differenz bestätigt, und es zeigte sich, daß das Stevenssche Element, nach der alten Tabelle gerechnet, bei 1000° die Temperatur um etwa 27° zu hoch angab. Damit verschwindet ein Teil (etwa 2 Proz.) der ca. 4 Proz. betragenden Verkleinerung, welche k bei 1000° gegenüber dem Werte bei 0° erleiden sollte. Es bleibt noch eine Verkleinerung von etwa 2 Proz. übrig, und es handelt sich darum zu entscheiden, ob diese ebenfalls ganz oder teilweise durch Beobachtungsfehler zu erklären ist.

---

1) Diese Beobachtungen, welche ich unter Heranziehung anderer Thermoelemente aus einer neuen Drahtsendung mit mannigfach geänderten Versuchsbedingungen anstellte, um den Grund der Abweichung zu entdecken, den ich zunächst in einer Veränderung des Stevensschen Elementes suchte, habe ich nicht veröffentlicht. Sie sind aber durch Hrn. Geh. Rat Quincke der Reichsanstalt mitgeteilt worden.

2) J. A. Harker u. P. Chappuis, Beibl. **23.** p. 962. 1899; Phil. Mag. (6) **3.** p. 246. 1902.

3) H. L. Callendar, Beibl. **23.** p. 962. 1899; Phil. Mag. (5) **47.** p. 198. 1899.

4) H. L. Callendar u. E. H. Griffiths, Phil. Trans. Roy. Soc. **182.** A. p. 43. 1891.

5) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. **2.** p. 505. 1900.

Die fehlerhafte Aichung in der Reichsanstalt war dadurch entstanden, daß das zur Vergleichung benutzte Holborn-Wiensche Normalthermoelement sich durch Aufnahme von Silicium etc. im Lauf der Zeit geändert hatte.[1] Der schädliche Einfluß dieses Stoffes sowie auch der Flammengase war erst später erkannt und daher bei der Aichung nicht berücksichtigt worden. Ähnliche Veränderungen konnten nun auch bei dem Stevensschen Element stattgefunden haben, da bei den ersten Versuchen das Interferenzrohr in einem Kohlenofen erhitzt wurde, wobei — wenigstens als ein poröses Chamotterohr benutzt wurde — Flammengase ins Innere eindrangen. Die hierdurch bewirkte Änderung der elektromotorischen Kraft kann bei dem späteren Ausglühen in elektrisch geheizten Öfen ganz oder teilweise wieder zurückgegangen sein, sodaß das Element bei der Aichung vielleicht gar nicht mehr die Beschaffenheit hatte wie bei den Messungen. Es fehlt aber jeder Anhalt dafür, ob und in welchem Betrage eine solche Veränderung des Elementes stattgefunden hat, weil dasselbe nicht von Zeit zu Zeit mit einem Normalelement verglichen worden ist. Daher muß die Temperaturmessung auch abgesehen von den Fehlern der Aichung als sehr unsicher bezeichnet werden.

Prinzip der Methode.

Eine Wiederholung der Versuche mit Berücksichtigung der dabei gesammelten Erfahrungen schien nötig. Insbesondere war es wünschenswert Apparate von kleineren Dimensionen anwenden zu können, damit die oben geschilderten Übelstände bei der Heizung wegfielen oder wenigstens gemildert wurden. Dies Verlangen führte mit Notwendigkeit auf die Benutzung hoher Töne mit kurzer Wellenlänge. Die Kundtsche Methode der Staubfiguren, welche mit sehr hohen Tönen arbeitet, wäre deshalb geeignet, wenn ihre Anwendung nicht auf große Hindernisse stieße. Abgesehen von der Schwierigkeit, ein hinreichend leichtes feuerfestes Pulver für die Staubfiguren zu finden, ist es vor allem die Unmöglichkeit, die Figuren in jedem Augenblick zu beobachten wegen der Undurchsichtigkeit des für die

1) Vgl. L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 2. p. 543. 1900.

Röhren zu verwendenden Materiales, als welches hauptsächlich Porzellan und ähnliche Stoffe in Betracht kommen. Ich habe deshalb auf eine Methode zurückgegriffen, deren Prinzip von Quincke[1]) angegeben, und die später von Seebeck[2]) und in etwas geänderter Form von Low[3]) benutzt worden ist, und sie so umgestaltet, daß sie für Glühtemperaturen brauchbar ist. Man kann sie im Gegensatz zu der Stevensschen Interferenzmethode als „*Resonanzmethode*" bezeichnen. Ihr Prinzip, das durch die in Fig. 1 gegebene schematische Darstellung des Apparates erläutert wird, ist das folgende: In einer geraden, beiderseits offenen Röhre *AB* ist ein Stempel *S* verschiebbar, der den Querschnitt der Röhre nahezu ausfüllt und so eine Luftsäule von variabler Länge abschließt, die von der Mündung

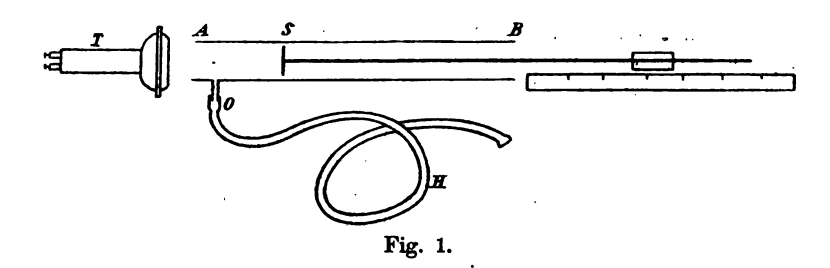


Fig. 1.

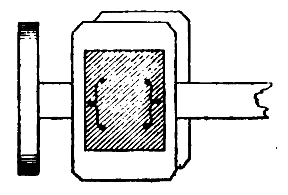
des Rohres bis zum Stempel reicht. Treten von der vor der Mündung des Rohres angebrachten Schallquelle *T* Wellen in diese ein, so wird die Luftsäule in stehende Schwingungen versetzt. Durch Veränderung der Länge der schwingenden Luftsäule läßt sich dieselbe auf den einfallenden Ton abstimmen, und man erhält bei bestimmten Lagen des Stempels, deren gegenseitige Entfernung jedesmal gleich der halben Wellenlänge des Tones ist, scharf ausgeprägte Maxima des Mitschwingens. Dazwischen liegen die Minima, auf die sich aber im allgemeinen nicht so gut einstellen läßt. Man hört das Anschwellen des Tones bei Annäherung des Stempels an die Maximumstellung schon deutlich, wenn das Ohr sich nur in der Nähe der Resonanzröhre befindet. Noch schärfer wird die Einstellung,

---

1) G. Quincke, Pogg. Ann. **128.** p. 190. 1866.
2) A. Seebeck, Pogg. Ann. **139.** p. 104. 1870.
3) J. W. Low, Wied. Ann. **52.** p. 641. 1894.

wenn man die Schwingungen durch eine nahe der Mündung der Röhre angebrachte Seitenöffnung *O* mittels des Kautschukschlauches *H* zum Ohre leitet. Störende Wirkungen von seiten solcher Wellen, die direkt von der Tonquelle durch die Luft zum Ohr gelangen, sind hier nicht zu fürchten, da der Kopf des Beobachters samt dem Hörschlauch immer in derselben Stellung bleibt, und nicht das Minimum, sondern das Maximum beobachtet wird.

Es galt nun die Apparate so einzurichten, daß die Methode für hohe Temperaturen brauchbar wird. Dies gelang leicht, indem alle Teile, die erhitzt werden mußten — Resonanzröhre und verschiebbarer Stempel mit Schaft —, aus Porzellan gemacht wurden. Low hatte seine Röhre vertikal gestellt und statt des Stempels eine Sperrflüssigkeit benutzt, Seebeck nahm einen dicht schließenden Stempel. Keins von beiden war hier brauchbar. Der Stempel mußte sogar mit ziemlich großem Spielraum gleiten, da die Gestalt und Größe des Röhrenquerschnittes etwas variierte. Jede Berührung der Stempelscheibe mit der Wand erzeuzte aber ein Kratzen oder Quietschen, welches die Beobachtung störte oder ganz verhinderte. Deshalb durfte dieselbe auch nicht auf dem Boden der horizontal gelagerten Röhre aufliegen, sondern mußte frei in der Mitte schweben. Das wurde folgendermaßen erreicht. Dicht hinter der Stempelscheibe wurden, wie Fig. 2 zeigt, zwei rechteckige Plättchen aus starkem Glimmer zu beiden Seiten des Stempelschaftes mit Platindraht festgebunden. Damit der Glimmer nicht von dem Draht durchgedrückt wird, sind außen Platten aus Platinblech (in der Figur schraffiert) vorgelegt. Die Glimmerplatten, welche wie Schlittenkufen wirken, sind etwas breiter als die Stempelscheibe, aber so, daß der Stempel ohne zu klemmen leicht verschoben werden kann. Die Verschiebung ist absolut geräuschlos, besonders in glasierten Röhren. Nur sind diese oberhalb 900° nicht mehr brauchbar, weil der Schlitten an der weichwerdenden Glasur festklebt. Aus diesem Grunde konnte ich die Versuche leider nur bis zu dieser Temperatur ausdehnen.


Fig. 2.

Eine andere wesentliche Änderung betrifft die Tonquelle. Statt der sonst benutzten Stimmgabel habe ich ein Telephon [1]) gebraucht, dessen Membran durch einen von einem elektromagnetischen Saitenunterbrecher mit großer Regelmäßigkeit unterbrochenen Strom in Bewegung gehalten wurde. Dadurch fällt zunächst das lästige Anstreichen oder Anschlagen der Stimmgabel weg, außerdem aber auch die Schwierigkeit, welche die Einstellung bei schnellem Abklingen der Gabel bietet. Um die Tonhöhe genau einhalten zu können, habe ich eine Unterbrechungszahl von ca. 1024 pro Sek. benutzt, welche leicht mit einer im hiesigen Institut vorhandenen Königschen Stimmgabel kontrolliert werden konnte. Beobachtet wurde jedoch nicht mit diesem Ton, dessen halbe Wellenlänge in Luft bei 20° ca. 167 mm beträgt, sondern der genaueren Einstellung wegen mit den Obertönen, welche außer dem Grundton ziemlich stark vorhanden sind. Indem durch Einschaltung einer Quinckeschen Interferenzröhre in den Hörschlauch der Grundton und die tieferen Obertöne ausgelöscht wurden, blieben zwei sehr hohe Obertöne übrig, von denen aber meist der eine viel schwächer war als der andere, sodaß sie sich gegenseitig nicht störten. Besser wäre es freilich gewesen, einen Grundton von höherer Schwingungszahl zu benutzen, doch ließ sich die Saite des Unterbrechers nicht weiter verkürzen, und stärkere Spannung bewirkte nur eine verhältnismäßig geringe Tonerhöhung, erschwerte aber die Unterhaltung der Schwingungen, weil der Strom stärker genommen werden mußte und alsdann die Saite zu sehr erwärmte. Bevor ich jedoch auf weitere Einzelheiten eingehe, will ich zunächst den Unterbrecher sowie die ganze Versuchsanordnung genauer beschreiben.

Versuchsanordnung.

Der Unterbrecher ist dem von Pupin [2]) beschriebenen nachgebildet und von Hrn. Universitätsmechaniker W. Oehmke in Berlin angefertigt worden. In der nach einer Photographie

---

1) Ein Telephon wendet auch Hr. K. E. F. Schmidt (Ann. d. Phys. 7. p. 225. 1902) als Tonquelle an, um aus den mit demselben Resonanzapparat gemessenen akustischen Wellenlängen die Frequenz langsamer elektrischer Schwingungen zu bestimmen.

2) M. J. Pupin, Sill. Amer. Journ. (3) 45. p. 325. 1893.

hergestellten Abbildung der Versuchsanordnung auf p. 16 ist er im Hintergrunde auf der Wandkonsole sichtbar. Seine Wirkungsweise beruht wie die des später von Arons[1]) beschriebenen, im übrigen ganz gleichen Unterbrechers auf der mechanischen Einwirkung eines magnetischen Feldes auf einen stromdurchflossenen Leiter, die bekanntlich in einer bewegenden Kraft senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und zur Stromrichtung besteht. Über einen festen, 44 cm langen, 6 cm breiten und 7,5 cm hohen Holzrahmen ist eine von zwei Ebonitstegen gestützte Metallsaite gespannt, deren eines Ende fest ist, während das andere wie bei dem Wienschen[2]) Unterbrecher an einem Hebel mit Schraube angebracht ist, mittels dessen ihre Spannung in weiten Grenzen variiert werden kann. Die Saite schwingt zwischen den Polen zweier Stahlmagnete, welche etwa 8 cm von der Mitte entfernt auf der Grundplatte des Rahmens befestigt sind, und zwar so, daß ihre Pole nach entgegengesetzten Richtungen weisen. Zur Erzeugung starker Felder sind die Polschuhe zugeschärft; die Polflächen, zwischen denen die Saite schwingt, bilden schmale Rechtecke von etwa 0,5 mm Höhe und 15 mm Breite. Aus demselben Grunde beträgt der zwischen ihnen bleibende Luftraum nur etwa 3 mm. Wird die Saite von einem elektrischen Strom durchflossen, so erleidet sie einen Antrieb nach oben oder unten, je nach der Richtung des Stromes. Zur Stromzuführung dienen drei dünne an die Saite angelötete Platindrähte, einer in der Mitte, die beiden anderen außen dicht neben den Magneten. Alle drei tauchen in Quecksilbernäpfchen, von denen die beiden äußeren mit Mikrometerschrauben gehoben und gesenkt werden können. Das mittlere Näpfchen wird mit dem einen, die beiden äußeren mit dem anderen Pol einer Stromquelle verbunden unter Vorschaltung von Widerstand. Die Stromrichtung — und Stellung der Magnetpole — ist so zu wählen, daß bei Stromschluß die Saite nach oben getrieben wird, sodaß die äußeren Platinstifte das Quecksilber verlassen und der Strom unterbrochen wird. Bei passender Spannung, die übrigens bei meinen Versuchen ziemlich hoch war, schwingt die Saite so, daß sie in der Mitte

---

1) L. Arons, Wied. Ann. 66. p. 1177. 1898; 67. p. 682. 1899.
2) M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 683. 1891.

einen Knoten besitzt. Der mittlere Platinstift bleibt also in Ruhe, während an den äußeren immer abwechselnd der Strom unterbrochen und geschlossen wird, sodaß die beiden Saitenhälften abwechselnd stromlos und stromführend sind. Ist alles genau eingestellt, vor allem die Höhe der Quecksilberkuppen, so genügt zum dauernden Betrieb die eine Saitenhälfte; man kann daher in den Stromkreis der anderen beliebig Widerstand einschalten. Ich habe den Unterbrecher in dieser Weise benutzt, indem ich in den zweiten Stromkreis das Telephon nebst Widerstand zur Regulierung der Tonstärke einschaltete.

Um hohe Töne zu geben, mußte der Draht möglichst leicht, also dünn und stark gespannt sein. Stahldraht von etwa 0,2 mm Dicke erwies sich dazu am besten. Er hat zwar den Nachteil hohen spezifischen Widerstandes und erwärmt sich deshalb merklich, hielt aber allein die nötige Spannung aus, während Messingdraht und noch mehr Kupferdraht zerriß. Drähte aus leichterem Material, etwa Aluminium, die ja bei gleicher Tonhöhe geringere Spannung nötig hätten, bieten wenig Vorteil, weil die Platinstiftchen schon einen erheblichen Teil des Saitengewichtes ausmachen, sodaß das Gewicht im ganzen nur wenig verringert werden kann. Kontaktstifte aus Kupfer- oder Messingdraht bewährten sich nicht wegen der Schwänzebildung mit dem Quecksilber.

Trotz der Erwärmung des Drahtes durch den Strom funktionierte der Unterbrecher, wie durch Zählung der Schwebungen mit einer Stimmgabel leicht zu konstatieren war, sehr regelmäßig, wenn man nur dafür sorgte, daß die Entfernung zwischen Platinstift und Quecksilberkuppe, die durch Abbrennen und Zerstäuben allmählich wächst, die gleiche bleibt. Außerdem muß der über dem Quecksilber befindliche Alkohol öfter — etwa alle 10 bis 15 Min. — mit einer kleinen Tropfpipette aufgefüllt werden. Um das Abbrennen des Platindrahtes und die Verschmutzung des Quecksilbers möglichst zu verhüten, ist es zweckmäßig, den Unterbrechungsfunken durch Parallelschaltung eines großen induktionsfreien Widerstandes oder eines kleinen Kondensators zur Funkenstrecke zu verkleinern. Ich benutzte einen Stöpselkondensator von etwa 0,02 Mikrof., wie solche bei der Widerstandsmessung

von Elektrolyten mit Wechselstrom angewandt werden. Den Funken ganz zu beseitigen ist nicht vorteilhaft. Wahrscheinlich werden durch die kleinen Explosionen die oxydirten Teilchen weggefegt und die Berührungsstelle dadurch sauber erhalten.

Zum Betrieb genügt ein Akkumulator; besser ist jedoch eine höhere Spannung, von der dünne, schlechtleitende Schichten, die sich auf der Quecksilberoberfläche bilden können, leichter durchbrochen werden. Ich habe 4 Volt (2 Akkumulatoren) mit 5 Ohm Vorschaltwiderstand benutzt.

Unbedingt nötig zum sicheren Funktionieren ist möglichst unveränderliche Temperatur der Umgebung und Erschütterungsfreiheit. Aus letzterem Grunde wurde der Unterbrecher auf einer Wandkonsole aufgestellt, wo er vor den Erschütterungen des Fußbodens geschützt war. Durch passend angebrachte Schirme wurde die Strahlung des heißen Interferenzrohres und der Vorschaltwiderstände abgehalten.

Die Aufstellung der Resonanzröhre mit den zugehörigen Apparaten ist aus der Abbildung Fig. 3 zu ersehen. Man erkennt links die Resonanzröhre aus Porzellan von 72 cm Länge, 2,8 cm äußerem und 2,0 cm innerem Durchmesser, die als elektrischer Ofen eingerichtet ist. Dazu ist sie mit einer Nickeldrahtspirale umwickelt, deren Enden mit den auf der Abbildung sichtbaren Leitungsdrähten verbunden sind, welche zu den Polen einer Akkumulatorenbatterie von ca. 65 Volt führen. In den Stromkreis ist ein Regulierwiderstand und ein Präzisionsampèremeter von Siemens & Halske eingeschaltet; ein ebensolches Voltmeter liegt im Nebenschluß zu der Heizspirale, sodaß in jedem Augenblicke Stromstärke und Spannung und damit die im Ofen verbrauchte Energiemenge gemessen werden kann. Der Widerstand der Spirale betrug kalt etwa 1,2 Ohm, die Stromstärke schwankte zwischen 8 Amp. und 13 Amp. Bei dem zweiten außer diesem benutzten Ofen sind diese Werte etwa 2,0 Ohm, 5—8 Amp. Zur Vermeidung des Wärmeverlustes ist die Röhre mit zwei Lagen Asbestschnur von 5 mm Dicke umwickelt, deren unterste zugleich auch die Windungen des Nickeldrahtes gegeneinander isoliert. Um diese Schicht sind dann noch zwei Messingrohre von 40 und

60 mm Weite gelegt. Die auf der Abbildung sichtbare Umwickelung des äußeren Messingmantels mit Asbestschnur geschah deshalb, weil die Temperatur in der Mitte des Heizrohres höher war als an den Enden. Das Rohr ruht in zwei Gabeln, die aus starken eisernen Spiegelösen durch Ausfeilen hergestellt und an den Enden eines schmalen Grundbrettes von passender Länge befestigt sind.

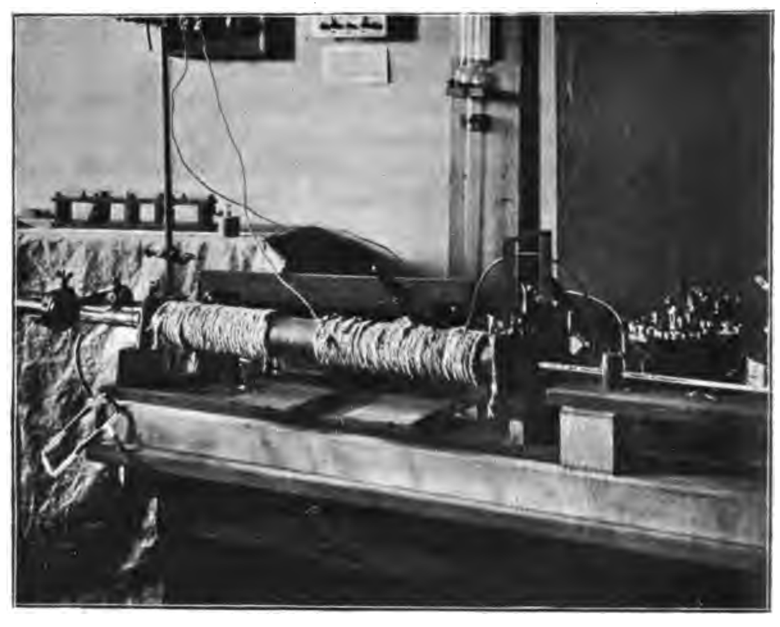


Fig. 3.

Der ganze Apparat steht auf einem starken, glattgehobelten Balken, der auf dem zum Teil sichtbaren Tisch ruht. Derselbe Balken trägt — rechts vorn — die Schiene, auf welcher der verschiebbare Stempel längs einer hölzernen Skala gleitet. Man sieht den weißen Stempelschaft, eine dünne Porzellanröhre, die an ihrem vorderen in der Resonanzröhre verborgenen Ende die Scheibe — ebenfalls aus Porzellan — trägt. Das äußere Ende steckt fest in einem Kork, der auf ein mit Index versehenes Glasplättchen aufgekittet ist, welches neben der Holzskala entlang gleitet. Die Verschiebung ist sehr sanft, die Ablesung ohne Mühe bis auf ein Zehntelmillimeter genau.

Links ist dicht vor der Mündung der Röhre das Telephon, ein gewöhnliches Hörtelephon von Siemens & Halske, in einer Stativklammer befestigt. Als Mündung dient ein gläserner Rohrstutzen von genau gleicher Weite und Wandstärke wie das Porzellanrohr. Die glattgeschliffenen Endflächen beider schließen dicht aneinander, und eine federnde Messinghülse, die außerdem noch mit Draht zusammengebunden ist, hält den Stutzen unverrückt in seiner Lage fest.

Etwa 30 mm vom Ende entfernt ist ein kurzes, 5 mm weites Seitenrohr am Stutzen angeschmolzen, auf welches das Ende des Hörschlauches geschoben wird. Diese Entfernung hat sich durch Probieren als zweckmäßig herausgestellt, indem dabei die Intensität der zur Messung benutzten Obertöne am größten war. In den Hörschlauch aus dickwandigem Kautschuk ist, wie die Figur zeigt, eine Quinckesche Interferenzröhre aus Glas und Kautschuk eingesetzt, deren einer Schenkel ca. 200 mm länger ist als der andere, d. h. etwas mehr als die halbe Wellenlänge des Grundtones, um diesen (und die tieferen Obertöne) auszulöschen oder wenigstens möglichst zu schwächen. Die Länge des Schlauches, der vorn ein in den äußeren Gehörgang passendes Ansatzstück aus Hartgummi trägt, ist von großem Einfluß auf die relative Intensität der verschiedenen Obertöne. Durch Ausprobieren wurde auch hier die passende Länge gefunden. Die Gesamtlänge der Luftstrecke von der Wand des Resonanzrohres bis zum Ohr beträgt etwa 130 cm.

Außer diesem 20 mm weiten Rohr, das mit II bezeichnet werden soll, benutzte ich noch ein anderes Rohr I, dessen Dimensionen sind: Länge 60 cm, lichte Weite 12,5 mm, Wanddicke 2 mm. Der Stempel bestand aus einem 3 mm dicken Porzellanstab, der aus vier Stücken von je 15 cm Länge im Leuchtgas-Sauerstoffgebläse zusammengesetzt war und vorn eine 3 mm dicke Scheibe aus Porzellan trug. Diese war in der Mitte durchbohrt und auf das vordere Ende des Stabes mit Chamotte aufgekittet. In der Gebläseflamme erhitzt, hielt diese Kittung vollkommen fest. Der Stempelschaft des weiten Rohres II bestand aus einer dünnwandigen Porzellanröhre, in welche die mit kurzem Stiel versehene Stempelscheibe mit etwas Asbestschnur umwickelt eingesetzt war. Längs des

Schaftes war das zur Temperaturmessung benutzte Thermoelement mit Platindraht durch ausgeglühte Asbestpappe isoliert befestigt. Seine Lötstelle lag dicht hinter der Scheibe.

Die Verwendung zweier Röhren war erforderlich zur Extrapolation der beobachteten Werte der Schallgeschwindigkeit bez. Wellenlänge auf unendlich großen Rohrdurchmesser. Wegen des Einflusses der Röhrenwand sind beide nämlich kleiner als im freien Luftraum. Kirchhoff[1]) hat die Korrektion theoretisch behandelt und durch eine Formel dargestellt, welche den Röhrenhalbmesser r, die Schwingungszahl des Tones n und eine Konstante γ enthält, in welche die Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit und der inneren Reibung des Gases eingehen. Mit Benutzung dieser Korrektionsformel erhält man die Schallgeschwindigkeit im unbegrenzten Luftraum, wenn man sie in einer Röhre vom Halbmesser r gemessen hat. Besser ist es jedoch, wie Stevens getan hat, da γ nur ungenau bekannt ist, die Schallgeschwindigkeit in zwei verschieden weiten Röhren zu messen und mit Hülfe der Kirchhoffschen Formel unter Elimination von n und γ den Wert für unendlich großen Röhrendurchmesser aus jenen beiden zu extrapolieren.

Die Temperaturmessung.

Hinter dem Resonanzrohr stehen auf dem Tisch — während der Beobachtungen durch Schirme gegen die Strahlung geschützt — das Präzisionsvoltmeter und Ampèremeter für den Heizstrom. Rechts erblickt man einen Teil des Kompensationsapparates zur Messung der elektromotorischen Kraft des Le Chatelierschen Thermoelementes. Der von Siemens & Halske nach den Angaben von Lindeck angefertigte Apparat enthält zwei Widerstandsätze, welche mit einem Präzisionsmilliampèremeter in den Stromkreis eines Akkumulators eingeschaltet werden, und von denen der eine — ein Kurbelwiderstand — zur Regulierung der Stromstärke dient. Er besteht aus drei Dekadenwiderständen von je 1, 10 und 100 Ohm und einem Schleifdraht zur kontinuierlichen Variation des Widerstandes. Der andere enthält Präzisionswiderstände von 0,05 und 0,1 Ohm, an deren Enden die zu messende

1) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. **134.** p. 177. 1868.

elektromotorische Kraft, hier also die Enden des Thermoelementes, unter Zwischenschaltung eines empfindlichen Galvanoskopes angelegt wird. Als solches dient ein auf derselben Grundplatte befestigtes Präzisionsmillivoltmeter, dessen Widerstand ca. 151 Ohm beträgt, und bei dem 1 Skt. Ausschlag $0{,}67 \,.\, 10^{-6}$ Amp. entspricht. Beide Instrumente sind nach dem Deprez-d'Arsonvalschen Prinzip gebaut, das übrigens zuerst von W. Thomson angewandt worden ist, und deshalb unempfindlich gegen magnetische Störungen. Ist der Widerstand des Schließungskreises, in welchem das Millivoltmeter liegt, klein gegen den Widerstand des letzteren, so bewirkt die elektromotorische Kraft $100 \,.\, 10^{-6}$ Volt 1 Skt. Ausschlag. Da die elektromotorische Kraft des nach dem Vorgange der

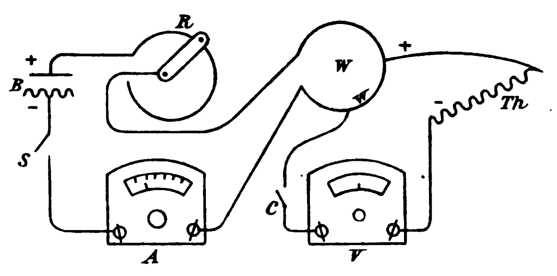


Fig. 4.

Phys.-Techn. Reichsanstalt gebräuchlichen Thermoelementes aus Platin und einer 10 proz. Platinrhodiumlegierung pro 1° Temperaturdifferenz zwischen $8 \,.\, 10^{-6}$ und $9 \,.\, 10^{-6}$ Volt liegt, so entspricht 1 Skt. Ausschlag etwa 11—12° Temperaturdifferenz. Die Einstellung läßt sich bei der beträchtlichen Größe der Skalenteile unter Benutzung eines Stromwenders genauer als bis auf $^1/_{20}$ Skt. ausführen, sodaß der mögliche Fehler bei der Einstellung etwa 0,5° betragen kann. Viel eher findet die Genauigkeit der Messung eine Grenze bei der Ablesung der Stromstärke am Milliampèremeter.

Das Schema des Apparates zeigt Fig. 4, aus der zugleich die Lage der einzelnen Teile ersichtlich ist. *B* ist die Batterie — ein oder zwei Akkumulatoren —, *R* der Kurbelregulierwiderstand, *w* der Präzisionswiderstand, *A* das Milliampèremeter, *S* ein Stromschlüssel, der nach Belieben auf momentanen oder auf Dauerkontakt gestellt werden kann; *Th* ist das Thermo-

element, das unter Zwischenschaltung des Millivoltmeters V von einem der Widerstände w abgezweigt ist; C ist der Kommutator. Wird die Stromstärke i im Hauptkreis so reguliert, dass V stromlos ist, so ist die elektromotorische Kraft an den Enden von w, nämlich $e = iw$, gleich der zu messenden elektromotorischen Kraft des Thermoelementes. Man erhält letztere also, da w gleich 0,05 Ohm oder ein Vielfaches hiervon ist, durch Multiplikation der in Milliampère abgelesenen Stromstärke mit jenem Widerstand sehr einfach in Millivolt, oder noch bequemer in Mikrovolt, wenn man w in Tausendsteln Ohm ausdrückt. Bei der Ablesung der Stromstärke kann man Zehntelskalenteile = Zehntelmilliampère gut schätzen, sodaß die hieraus fließende Unsicherheit im günstigsten Falle, d. h. bei dem Maximalausschlag von 150 Skt. $^1/_{1500}$ beträgt. Für gewöhnlich ist sie größer, bei Temperaturen von 300° — entsprechend etwa 45 Skt. — ungefähr $^1/_{450}$ oder mehr als 2 pro mille. In Celsiusgraden ist die Unsicherheit, je nachdem man von 0,05 Ohm oder von 0,1 Ohm abzweigt, etwa 0,6° bez. 1,2°. Von der gleichen Größe wie die Ablesungsfehler, sind auch die Korrektionen, welche an den Ablesungen des Milliampèremeters anzubringen sind, um die wahre Stromstärke zu erhalten. Damit ist wohl die Genauigkeit, welche man mit dem Apparat erreichen kann, genügend charakterisiert.

Zur Kontrolle des Milliampèremeters sind in dem Widerstandssatz W noch drei Widerstände untergebracht, die so gewählt sind, daß die Stromstärken 50 bez. 100 bez. 150 Milliampère die elektromotorische Kraft eines Normalkadmiumelementes (1,0186 Volt bei 20°) kompensieren, das an ihre Enden angelegt wird. Dadurch hat man eine einfache Kontrolle über die Richtigkeit der Angaben des Instrumentes für diese drei Stromstärken. Um auch an den übrigen Stellen der Skala die Angaben des Instrumentes zu prüfen, habe ich dasselbe nach dem Kompensationsverfahren mit einem Normalkadmiumelement geaicht. Die Schaltung war dieselbe wie in Fig. 4, nur wurde W durch einen Rheostaten von Wolff ersetzt, denselben, den auch Hr. Stevens benutzt hat. Die Stromstärke im Hauptkreis ist gleich dem Quotienten

$$\frac{\text{E. M. K. des Normalelementes}}{\text{Abzweigwiderstand}},$$

sodaß, die Richtigkeit des Rheostaten vorausgesetzt, alle Strommessungen auf die elektromotorische Kraft des Normalelementes zurückgeführt sind. Auch jene Voraussetzung läßt sich noch beseitigen, wobei zugleich die Notwendigkeit wegfällt, die kleinen Widerstände w von 0,05 und 0,1 Ohm des Lindeckschen Apparates auf ihre absoluten Werte zu prüfen. Bei der von mir eingeschlagenen Aichungsmethode kommt es nämlich schließlich nur darauf an, das Verhältnis dieser Widerstände zu der Einheit des Rheostaten zu kennen, eine Aufgabe, die nach demselben Kompensationsverfahren leicht zu lösen war. Die Aichung des Ampèremeters erfolgt nämlich nach der Formel

$$i = \frac{e_0}{w_0},$$

wobei e_0 die elektromotorische Kraft des Normalelementes, w_0 ein Widerstand des Rheostaten ist. Die zu messende elektromotorische Kraft erhält man als

$$e = i w,$$

wo w der Abzweigwiderstand des Kompensationsapparates ist. Durch Einsetzen von i ergibt sich:

$$e = \frac{w}{w_0} e_0 .$$

Es war also nur noch nötig die Richtigkeit des Rheostaten in sich zu prüfen, was nach den bekannten Kalibrierungsmethoden geschah. Alle diese Messungen konnten mit einem mittleren Fehler von $\pm$ 1 pro mille ausgeführt werden, und da auch die elektromotorische Kraft des Normalkadmiumelementes bei sorgfältiger Beobachtung aller Vorschriften nach den neueren Untersuchungen auf mindestens 1 pro mille sicher ist, so kann die Messung der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes je nach der Größe der am Milliampèremeter vorhandenen Ausschläge auf 1 bis 2 pro mille genau angenommen werden.

Schwieriger ist es, den Fehler abzuschätzen, mit dem die aus der elektromotorischen Kraft abgeleitete Temperatur behaftet sein kann. Holborn und Day[1]) geben als mög-

1) l. c. p. 589.

lichen Fehler ihrer absoluten Messungen bis zu 1200° ± 1° an. Die Vergleichung des von mir benutzten und von der Reichsanstalt geaichten Thermoelementes mit dem Normalelement derselben ist nach deren Angabe ebenfalls auf ± 1° genau. Danach wäre der mögliche Fehler bei Messungen mit dem Element auf ± 2° zu schätzen. Ich glaube jedoch, daß diese Genauigkeit jedenfalls nur unter sehr günstigeu Umständen erreicht werden kann, und daß man im allgemeinen die Fehlergrenze etwas weiter wird ausdehnen müssen, wenigstens bei den höheren Temperaturen. Allerdings geben zwei Aichungen, welche ich mit siedendem Diphenylamin und Schwefel vor der Einsendung an die Reichsanstalt ausführte, ganz überraschend gute Übereinstimmung mit den Werten, welche aus der Aichungstabelle berechnet wurden. Es wurde beobachtet mit siedendem Schwefel beim Barometerstand $B = 751{,}0$ mm die elektromotorische Kraft $3620 . 10^{-6}$ Volt, wenn die kalten Lötstellen die Temperatur 0° C. hatten. Nach der von Callendar[1] gegebenen Formel für die Abhängigkeit des Schwefelsiedepunktes vom Druck

$$t = 444{,}5^0 + (B - 760)\, 0{,}082^0$$

berechnet sich die Temperatur zu 443,8°. Die Aichungstabelle der Reichsanstalt liefert für die angegebene elektromotorische Kraft die Temperatur 443,8°, d. h. genau dasselbe. Acht Tage später wurde bei 751,5 mm Barometerstand $3621 . 10^{-6}$ Volt gefunden, während zwei Jahre früher mit dem älteren Stevensschen Apparat bei 752,0 mm $3622 . 10^{-6}$ Volt beobachtet worden war. Diese ganz unabhängig voneinander gewonnenen Werte stimmen also über Erwarten gut miteinander überein. Mit Diphenylamin[2]) fand

1) l. c.

2) Der Siedepunkt des Diphenylamins wurde nach der Formel berechnet

$$t = 303{,}8^0 + (B - 745)\, 0{,}086^0.$$

Die Siedetemperatur 303,8° bei 745 mm Barometerstand war für den im hiesigen Institut vorhandenen Vorrat an Diphenylamin vor längerer Zeit mit dem Luftthermometer genau bestimmt worden. Der Koeffizient 0,086, welcher die Temperaturänderung pro 1 mm Quecksilber Druckänderung darstellt, wurde bei der schon früher erwähnten Vergleichung mehrerer

ich bei 755,0 mm 2312 . 10^{-6} Volt. Die Temperatur ist 304,7°, während die Tabelle für 2312 Mikrovolt die Temperatur 305,4° gibt mit 0,7° Differenz gegen jene. Zwei Jahre früher war bei 752,3 mm Quecksilberdruck $E = 2302 . 10^{-6}$ Volt. Die Tabelle gibt hierfür 304,3°, während aus dem Barometerstand sich 304,4° berechnet. Auch hier ist die Übereinstimmung ausgezeichnet, obwohl 300° nahe der unteren Grenze für die Anwendbarkeit der Thermoelemente aus Platin und Platinrhodium liegt und die Genauigkeit des Kompensationsapparates in dieser Gegend zu wünschen läßt.

Das Element (Nr. 3), bei der Aichung von der Reichsanstalt als P. T. R. 1666 bezeichnet, stammt aus demselben Drahtvorrat von Heräus, dem die Normalelemente der Reichsanstalt von Holborn-Wien und Holborn-Day entnommen sind, und weicht nur wenig von der Tabelle ab, welche die Letztgenannten für ihr Normalelement veröffentlicht haben.[1]) Um die Konstanz seiner Angaben während des Gebrauches zu prüfen, wurde es vor und nach den Versuchen mit einem anderen aus demselben Drahtvorrat hergestellten (Nr. 6) verglichen. Beide Elemente stimmten jederzeit innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung, d. h. bis auf 1 pro mille überein. Zuweilen war der Unterschied noch erkennbar, aber nicht meßbar. Nach den Versuchen mit Resonanzrohr I wurde Element Nr. 3 zur Aichung eingesandt und dient seitdem als Normalelement des hiesigen Institutes. Bei Rohr II wurde das Element Nr. 6 benutzt, das auch wieder nach Beendigung der Versuche mit jenem verglichen und unverändert gefunden wurde.

Die Temperatur wurde auf der ganzen in Betracht kommenden Länge des Resonanzrohres von Zentimeter zu Zentimeter gemessen, und das Mittel aus den Ablesungen zwischen den Endpunkten der beobachteten halben Wellenlänge genommen. Auf gleichmäßige Erwärmung des Rohres wurde große Sorgfalt verwandt, indem zunächst die Heizspirale sehr regelmäßig gewickelt

---

Thermoelemente erhalten, bei der zufälligerweise der Barometerstand innerhalb weniger Tage sehr stark schwankte. Seine Genauigkeit ist nicht groß, genügt aber, wenn der Barometerstand B nicht zu weit von 745 mm abweicht.

1) l. c. p. 522.

wurde, und bei den Versuchen die kälteren Partien durch Umlegen von Messingschutzmänteln oder Umwickeln mit Asbestschnur noch besonders geschützt wurden. Die örtlichen Abweichungen vom Mittel betragen auch bei den höchsten Temperaturen gewöhnlich weniger als 10°, nur an einzelnen Stellen gehen sie zuweilen darüber hinaus, besonders bei den letzten Versuchsreihen. Die allmähliche Verschlechterung dieser Art von elektrischen Öfen rührt von dem Verbrennen des Nickeldrahtes her. Da an den heißeren Stellen der Draht schneller verbrennt, wächst der Widerstand dieser Partien und es wird auf ihnen mehr Wärme erzeugt als auf anderen gleichlangen Strecken des Rohres, wodurch wieder die Verbrennung noch mehr beschleunigt wird. Die Öfen funktionieren deshalb zu Anfang am besten. Je höher übrigens die mittlere Temperatur des ganzen Rohres ist, desto schneller und besser gleichen sich Unterschiede derselben durch Strahlung aus, wie auch Holborn und Wien beobachtet haben.

Die Durchmessung, welche je nach der Größe der Wellenlänge bis zu 35 Einzelmessungen umfaßte, dauerte etwa 45 Min bis 1 Stunde. Wegen der langen, noch durch die akustischen Messungen vergrößerten Beobachtungsdauer mußte die Temperatur zeitlich sehr konstant sein. In dieser Hinsicht leistet nun die elektrische Heizung ganz Vorzügliches. So wurde z. B. an einem Tage bei 450° innerhalb 3 Stunden ein Steigen der Temperatur um nur 2° und ein andermal bei 700° in derselben Zeit ein Fallen um 3° beobachtet.

Gewöhnlich verfuhr ich bei den Messungen folgendermaßen: Nach dem Anheizen bis in die Nähe der gewünschten Temperatur wurde gewartet, bis dieselbe konstant geworden war. Während dieser Zeit wurde die dem Ofen pro Sekunde zugeführte Energiemenge dauernd kontrolliert und wenn nötig durch Änderung des Vorschaltwiderstandes reguliert. Gleichzeitig wurde an mehreren Stellen des Rohres ab und zu die Temperatur gemessen. Änderte sich dieselbe nicht mehr, was je nach der gerade benutzten Temperatur in 1 bis $1^1/_2$ Stunden nach dem Beginn des Heizens eintrat, so wurde die Wellenlänge gemessen, hierauf die Temperaturmessung längs der ganzen Röhre ausgeführt, dann wieder mehrere Male die Wellenlänge und zum Schluß die Temperatur an einigen Stellen, meist

von 5 zu 5 cm, bestimmt. Während der Beobachtungen wurde von Zeit zu Zeit die Luft des Rohres durch neue, in einer Trockenröhre von Feuchtigkeit befreite, ersetzt. Dazwischen mußte natürlich Stromstärke und Spannung kontrolliert, sowie auch der Saitenunterbrecher in Ordnung gehalten werden. Durch die Häufung dieser verschiedenen Tätigkeiten, die eine stundenlange dauernde Inanspruchnahme aller Kräfte bedeutet, wurde der Genauigkeit eine gewisse Grenze gezogen; besonders trat gegen Ende jeder Versuchsreihe stets eine merkbare Ermüdung des Ohres ein.

Was den akustischen Teil der Beobachtungen betrifft, so muß überhaupt gesagt werden, daß er, soweit die Übereinstimmung der einzelnen Werte untereinander in Frage kommt, der unsicherste ist. Auch die Mittelwerte der einzelnen Beobachtungssätze weichen zum Teil noch erheblich voneinander ab. Die Genauigkeit der Einstellung auf das Tonmaximum hängt außer von den Eigenschaften des Apparates (Tonquelle etc.) in hohem Maße von der körperlichen Disposition des Beobachters ab, einem Faktor, den man nicht zahlenmäßig in Rechnung setzen kann. So konnte ich an manchen Tagen nur schwierig mit derjenigen Genauigkeit messen, die sonst immer erreicht wurde. Der Ermüdung des Ohres als einer ebenfalls in der Person des Beobachters liegenden Fehlerquelle habe ich schon gedacht. Dazu kommen äußere, die Arbeit erschwerende Ursachen, vor allem das schon bei den Stevensschen Versuchen erwähnte Abnehmen der Tonintensität mit steigender Temperatur wegen der starken Verdünnung der Luft durch die Erhitzung, das noch vermehrt wird durch die unvermeidliche Reflexion an der Grenze der kalten und heißen Luft. Die Maxima sind deswegen bei hoher Temperatur weniger scharf und auch der Grundton tritt störend auf. Da die Schallgeschwindigkeit und mit ihr die Wellenlänge proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur wachsen, also langsamer als diese, während die Dichte proportional der ersten Potenz abnimmt, so werden die Schwierigkeiten mit steigender Temperatur immer größer, die Fehler relativ bedeutender. Dies ist übrigens auch wohl ein wesentlicher Grund dafür, daß das Quinckesche akustische Thermometer bisher keine weitere Anwendung gefunden hat: es wird eben in hoher Temperatur unempfindlich.

Beobachtungen bei Zimmertemperatur.

Wie schon früher bemerkt wurde, habe ich nicht den Grundton mit 1024 Schwingungen pro Sekunde benutzt, sondern zwei hohe Obertöne, hauptsächlich den siebenten, dessen Schwingungszahl also ca. 7170 ist. Da seine Wellenlänge nur $^1/_7$ von jener des Grundtones ist, so kann man bei gleicher relativer Genauigkeit der Einstellung doch absolut genauer messen, wenn man die Gesamtlänge mehrerer Wellen mißt, wie es ja auch bei den Kundtschen Staubfiguren geschieht. Um nicht durch den noch vorhandenen Rest des Grundtones gestört zu werden, habe ich immer solche Maxima benutzt, welche auf Minima des Grundtones fallen. Ihre Entfernung ist somit stets gleich der halben Wellenlänge desselben oder einem Vielfachen derselben. Alle in den Tabellen mitgeteilten Werte der halben Wellenlänge gelten deshalb für den Ton mit der Schwingungszahl 1024. Die Richtigkeit dieser Zahl habe ich nicht geprüft, da ja nur die Änderung der Wellenlänge mit der Temperatur gemessen werden sollte.

Zunächst wurde in Rohr I eine Anzahl Beobachtungen bei Zimmertemperatur gemacht, welche die Brauchbarkeit der Methode und des Apparates bewiesen. Aus denselben wurde die Wellenlänge bei 0° berechnet nach der Formel

$$\lambda_t = \lambda_0 \sqrt{1 + \alpha t} \qquad (\alpha = 0{,}00367),$$

die sich aus der Formel (3) für die Schallgeschwindigkeit ergibt, da $\lambda = v/n$ ist. Diese Beobachtungen wurden zum Teil zwischen denen bei höheren Temperaturen ausgeführt und umfassen 18 Beobachtungssätze. Anfangs glaubte ich mit dem einen Rohr auskommen zu können, da wegen der hohen Schwingungszahl die Kirchhoffsche Korrektion mit der von Stevens bestimmten Konstante γ berechnet nur etwa 4 pro mille betrug. Es zeigte sich jedoch bald notwendig, noch ein zweites Rohr zu benutzen und die Wellenlänge für unendlich großen Durchmesser zu extrapolieren. Die Beobachtungen bei Zimmertemperatur, welche ebenso wie bei I gemacht wurden, umfassen acht Sätze. Tab. 1 und 2 geben eine Zusammenstellung aller Werte und die daraus abgeleiteten Mittelwerte bei 0°, welche den weiteren Rechnungen zu Grunde liegen; $2r$ ist der Rohrdurchmesser.

Tabelle 1.

Rohr I; $2r = 12{,}5$ mm.

t	$\frac{\lambda}{2}$ mm	$\frac{\lambda_0}{2}$ mm
19,0°	167,17	161,63
19,0	166,41	160,87
18,7	167,34	161,89
18,7	167,35	161,90
18,0	165,62	160,38
18,0	166,95	161,74
19,0	166,87	161,33
19,0	167,47	161,93
17,3	167,02	161,99
17,3	166,26	161,23
18,2	166,83	161,53
18,2	166,90	161,60
18,7	167,33	161,88
18,7	168,82	163,37
18,7	166,16	160,71
18,5	166,04	160,68
18,5	166,59	161,23
18,5	168,85	163,49
		2909,38 : 18 = 161,63 mm

Tabelle 2.

Rohr II; $2r = 20{,}0$ mm.

t	$\frac{\lambda'}{2}$ mm	$\frac{\lambda_0'}{2}$ mm
19,8°	166,90	161,09
19,8	168,17	162,36
19,8	167,88	162,07
18,7	168,15	162,70
18,7	167,26	161,81
17,7	167,18	162,02
17,7	166,61	161,45
18,1	167,08	161,81
		1295,31 : 8 = 161,91 mm

Jeder Wert $\lambda/2$ ist die Differenz zweier Zahlen, die selbst wieder Mittelwerte aus mehreren — meist zehn — Einzelbeobachtungen sind. Als Beispiel gebe ich zwei Beobachtungsreihen aus meinem Journal für Rohr I in Tab. 3.

Tabelle 3.

Rohr I; $t = 17,3^{\circ}$.

2. Max.	1. Max.	2. Max.	2. Max.	1. Max.	2. Max.
mm	mm	mm	mm	mm	mm
247,5	78,5	246,2	216,2	49,0	215,0
245,6	80,0	248,0	217,2	50,2	218,2
245,7	80,4	245,5	216,8	49,5	217,0
245,6	79,3	248,3	216,9	51,7	217,2
247,8	80,2	245,0	218,0	49,0	217,2
245,4	80,0	246,8	217,0	50,8	216,6
248,2	81,5	246,2	215,7	50,8	216,1
248,5	80,0	246,4	215,2	53,0	217,9
249,3	80,2	248,0	216,7	50,5	215,6
248,0	80,7	246,7	215,0	51,0	216,8
Mittel 247,16	80,08	246,71	216,47	50,55	216,76

Die Werte für das 2. Maximum in Tab. 3 geben als Mittel 246,93 bez. 216,62 mm. Wegen der Fehler des Maßstabs, die durch sorgfältige Vergleichung mit einem Normalmaßstab bestimmt und häufig kontrolliert wurden, erhält man schließlich als Lage der Maxima

	247,20 mm	216,88 mm
	80,18 „	50,62 „
$\frac{\lambda}{2}$ =	167,02 mm	166,26 mm

woraus die angegebenen Werte der halben Wellenlänge hervorgehen. Die Übereinstimmung beider ist nicht besonders gut, die Reihen sind willkürlich herausgegriffen. Die verschiedene Lage der Maxima erklärt sich durch verschiedene Länge der gläsernen Rohrstutzen, welche als Mündung dienen.

Aus den Mittelwerten der Tab. 1 und 2 erhält man die halbe Wellenlänge in freier Luft

$$\frac{\Lambda_0}{2} = 162,37 \text{ mm.}$$

Die zur Berechnung dienende Formel ergibt sich aus der Kirchhoffschen Formel

$$(4) \qquad v = \frac{V}{1 + \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}},$$

oder angenähert, wenn $\gamma / 2r\sqrt{\pi n}$ klein ist gegen 1,

$$(4a) \qquad v = V\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}\right).$$

Hierin bedeuten V und v die Schallgeschwindigkeit in freier Luft und in einem Rohr vom Durchmesser $2r$, n die Schwingungszahl und γ die schon erwähnte Konstante. Dieselbe Formel gilt natürlich, wenn man v und V mit λ und Λ vertauscht. Indem man für Rohr II v' und r' schreibt, erhält man

$$V - v = \frac{V\gamma}{2r\sqrt{\pi n}},$$

$$V - v' = \frac{V\gamma}{2r'\sqrt{\pi n}}.$$

Multipliziert man mit r bez. r' nach links und setzt die linken Seiten einander gleich, so folgt:

$$V = \frac{vr - v'r'}{r - r'},$$

oder, indem man die Wellenlängen einführt,

$$\Lambda = \frac{\lambda r - \lambda' r'}{r - r'}.$$

Diese Formeln sind aber nur dann brauchbar, wenn die Korrektion

$$\frac{V - v}{V} = \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}$$

ein kleiner Bruch ist, da diese Voraussetzung schon in der Näherungsformel (4a) steckt. Sonst geben sie etwas zu kleine Werte. Stevens hat sie noch benutzt, wenn die Korrektion 5 Proz. betrug; in einem Falle wird dadurch V um 1 pro mille kleiner als bei Anwendung der genauen Formel (4), aus der sich auch leicht die entsprechende Extrapolationsformel herleiten läßt, die nur etwas unbequemer ist.

Beobachtungen bei hoher Temperatur.

Der Wert $\Lambda_0/2 = 162{,}37$ mm ist als Ausgangswert, mit dem die Werte bei höherer Temperatur verglichen werden sollen, wichtig und deshalb mit besonderer Sorgfalt gemessen worden. Man muß dabei aber berücksichtigen, daß wegen der Extrapolation seine Genauigkeit geringer ist als diejenige der λ, aus denen er abgeleitet ist. Ein Fehler von 0,1 mm in $\lambda_0'/2$ verursacht z. B. einen solchen von 0,26 mm in $\Lambda_0/2$, d. h. mehr als doppelt soviel; Fehler von $\lambda_0/2$ wirken weniger, doch ist der resultierende Fehler immer größer als der verursachende. Genau dasselbe gilt natürlich auch für alle anderen Messungen. Die folgenden Tab. 4 und 5 enthalten die Resultate derselben. Als Beobachtungstemperaturen wählte ich 300°, 450°, 700°, 900°; die beiden ersteren wegen der Möglichkeit der Aichung des Elementes unabhängig von der Reichsanstalt. Doch wurde bei 300° nur mit Rohr I beobachtet; die Messung erschien weniger wichtig, weil die zu erwartende Verkleinerung von V gegen den theoretischen Wert zu gering, die Temperaturmessung weniger scharf ist. Von den beiden mit Rohr II bei 900° gemachten Beobachtungsreihen ist leider nur die eine, allerdings sehr gute brauchbar, da bei der anderen infolge Erschöpfung der Akkumulatorenbatterie die Temperatur nicht konstant zu halten war.

Die Tabellen enthalten in Columne 2 die mit l bezeichnete, bereits wegen Skalenfehler korrigierte Länge zwischen den Maximis, in Columne 3 die halbe Wellenlänge $\lambda/2$, welche unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Porzellanschaftes des Stempels aus den λ hervorgeht. Diese Korrektion ist nach den Angaben von Holborn und Day[1]) über die Ausdehnung des Berliner Porzellans, aus dem meine Apparate bestanden, berechnet. In der letzten Columne ist der bei konstantem k zu erwartende Wert angegeben, wobei freilich vorausgesetzt wird, daß die Kirchhoffsche Konstante γ von der Temperatur unabhängig ist, was nicht ganz zutrifft und auch nach den Stevensschen Versuchen zu erwarten war.

1) L. Holborn u. A. Day, l. c. p. 509.

Tabelle 4.

Rohr I; $2r = 12,5$ mm.

t	l mm	$\frac{\lambda}{2}$ mm	$\frac{\lambda}{2}$ ber.
294,3°	233,14	233,36	238,07
290,2	229,09	229,31	232,23
448,3	259,83	260,23	262,86
449,0	260,75	261,15	263,00
446,6	262,11	262,51	262,55
447,0	262,49	262,89	262,63
702,7	301,89	302,64	305,77
702,6	303,24	303,99	305,77
897,5	332,38	333,53	334,93
875,0	328,17	329,32	331,64
875,0	329,27	330,42	331,64

Tabelle 5.

Rohr II; $2r = 20,0$ mm.

t	l mm	$\frac{\lambda'}{2}$ mm	$\frac{\lambda'}{2}$ ber.
455,2°	263,45	263,85	264,59
458,1	265,40	265,80	265,10
440,5	259,25	259,65	261,88
440,7	261,26	261,66	261,93
697,8	302,95	303,70	305,71
691,3	300,58	301,33	304,70
691,3	302,29	303,04	304,70
919,6	336,29	337,50	338,64

Wie man sieht, sind die berechneten Werte fast alle, zum Teil sogar beträchtlich größer als die beobachteten, was aber ebensowohl durch eine Verkleinerung von k wie durch eine Aenderung von γ bewirkt werden kann. Zur bequemen Berechnung der Wellenlänge im freien Luftraum wurden alle λ auf die runden Temperaturen 300°, 450°, 700°, 900° umgerechnet durch lineare Interpolation mittels des aus der Gleichung $\Lambda = \Lambda_0 \sqrt{1 + 0,00367 \, . \, t}$ leicht zu bestimmenden Diffe-

rentialquotienten. Die geringen Abweichungen, welche dadurch entstehen, daß der Gang der beiden λ nicht genau mit dem von $\varLambda$ übereinstimmt, bleiben, wie man leicht ausrechnen kann, auch bei der weitesten Interpolation — um 25° — noch ganz unmerklich. Die so gefundenen Werte sind in Tab. 6 und 7 enthalten.

Tabelle 6.

$\lambda/2$ in Rohr I.

300°	450°	700°	900°
—	260,54	—	—
—	261,33	—	333,89
234,53	263,13	302,21	332,90
231,32	263,44	303,56	334,00
Mittel 232,93	262,11	302,89	333,60 mm

Tabelle 7.

$\lambda'/2$ in Rohr II.

450°	700°	900°
262,90	—	—
264,32	304,04	—
261,38	302,69	—
263,36	304,60	334,69
Mittel 262,99	303,71	334,69 mm

Durch Kombination der Mittelwerte nach dem p. 29 geschilderten Verfahren ergeben sich schließlich die in Tab. 8 zusammengestellten Werte für den freien Luftraum. Zur Ergänzung ist der früher gefundene Wert für 0° hinzugefügt. Die dritte Kolumne enthält die nach der Formel

$$\varLambda = \varLambda_0 \sqrt{1 + \alpha t}$$

berechneten Werte. Kolumne 4 und 5 geben die Differenzen der beobachteten gegen die berechnete Halbwellenlänge, und zwar 4 in Millimetern, 5 in Tausendsteln der halben Wellenlänge.

Tabelle 8.

t	$\frac{\varDelta}{2}$ beob.	$\frac{\varDelta}{2}$ ber.	Diff. ber.-beob.	Diff.
0°	162,37 mm	—	—	—
300	(234,73)	235,35 mm	+0,62 mm	2,6 ‰
450	264,45	264,40	−0,05	−0,2
700	305,08	306,75	+1,67	5,4
900	336,51	336,82	+0,31	0,9

Der eingeklammerte Wert 234,73 bei 300° ist unsicher; da keine Beobachtungen mit Rohr II vorlagen, so ist die Korrektion 1,80 mm durch lineare Interpolation aus den für die übrigen Temperaturen gefundenen berechnet, und zu dem in Tab. 6 enthaltenen Wert 232,93 mm hinzuaddiert worden. Im übrigen ist dieser Wert auch deshalb sehr unsicher und wahrscheinlich zu klein, weil der eine der beiden Werte in Tab. 6, nämlich 231,32, weniger Beobachtungen umfaßt und unsicherer ist als der andere.

Die Differenzen der beobachteten gegen die berechneten Halbwellenlängen betragen nach Kolumne 5 im Maximum bei 700° 5,4 pro mille, die anderen sind verschwindend klein. In Anbetracht der Schwierigkeiten, welche die Messungen bieten, kann diese Abweichung wohl noch auf Beobachtungsfehlern beruhen, wenn ihr Betrag auch gegenüber den anderen etwas reichlich groß erscheint. Will man das nicht zulassen, so würde sich allerdings bei Glühtemperaturen eine Abnahme von k ergeben, welche das verzögerte Wachsen von V mit der Temperatur erklärt; dieselbe müßte jedoch weit kleiner sein als die von Stevens gefundene. Bis 450° ist jedenfalls keine Verkleinerung von k bemerkbar, wie die gerade bei dieser Temperatur sehr zuverlässigen und zahlreichen Messungen zeigen. Nimmt weiterhin k mit steigender Temperatur ab, und zwar, wie man voraussetzen kann, gleichmäßig bis zu einem Grenzwert, so würde auch die Differenz zwischen beobachteten und berechneten $\varDelta$ allmählich zunehmen müssen. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes hätte man dieselbe etwa anzusetzen: bei 700° = ca. 2 pro mille, bei 900° ca. 3 bis

3,5 pro mille. Danach könnte die Abnahme von k in Tausendsteln seines Wertes betragen

bei 700° ca. 4 pro mille

bei 900° „ 6 bis 7 pro mille.

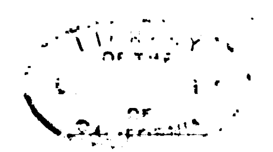
Mithin würde

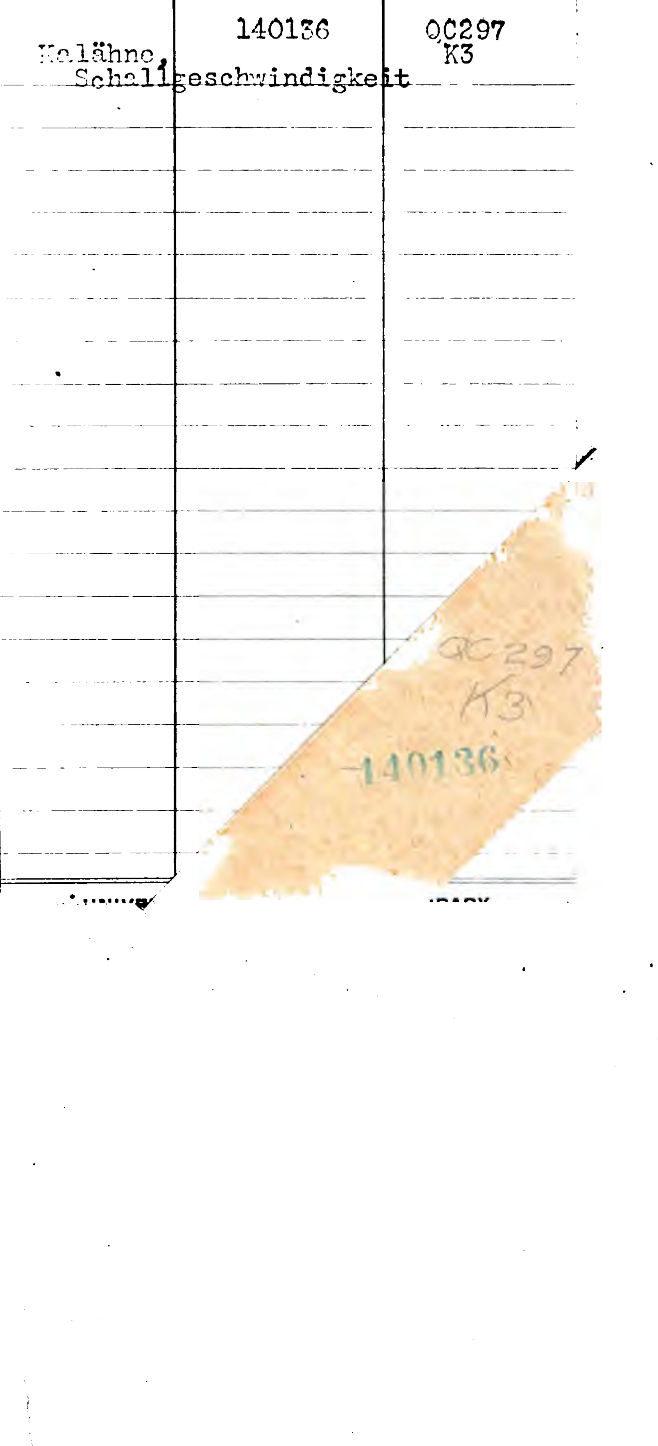
bei 900° $k = 1,39$

zu setzen sein, während Stevens bei 950° $k = 1,34$ angegeben hatte. Die endgültige Entscheidung erwarte ich von Versuchen, die nach der hier beschriebenen Methode mit unglasierten Röhren bei noch höheren Temperaturen ausgeführt werden sollen. Jedenfalls scheint aber bis jetzt mit ziemlicher Sicherheit festzustehen, daß bis 900° nur bei sehr genauen Messungen eine Abnahme von k überhaupt in Betracht kommen könnte.

Zum Schluß sei es mir gestattet Hrn. Geheimrat Quincke für das große Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Heidelberg, Physikal. Inst. d. Univ., November 1902.





Kalähne, Schallgeschwindigkeit | 140136 | QC297 K3

